

# Solutions to Quiz 1

$p, q, r$  を命題、 $x$  を  $p, q, r$  の結合命題とする。Let  $p, q$  and  $r$  be statements and  $x$  a compound statement of  $p, q$  and  $r$ .

1. 下の真理表を完成せよ。Complete the truth table below.

$p$	$q$	$r$	$(p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow \neg r)$	$(p \vee q) \wedge (p \vee r) \wedge (q \vee \neg r)$	$x$
$T$	$T$	$T$	$F \quad F$	$T$	$T$
$T$	$T$	$F$	$F \quad F$	$T$	$F$
$T$	$F$	$T$	$T$	$F \quad F$	$F$
$T$	$F$	$F$	$F \quad F$	$T$	$F$
$F$	$T$	$T$	$F \quad F$	$T$	$T$
$F$	$T$	$F$	$T$	$F \quad F$	$F$
$F$	$F$	$T$	$T$	$F \quad F \quad F$	$F$
$F$	$F$	$F$	$T$	$F \quad F \quad F$	$T$

2.  $y \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow \neg r)$ ,  $z \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r) \wedge (q \vee \neg r)$ . 正しいものを選び。Choose the correct one.

(a)  $y \equiv z$

(b)  $y \equiv \neg z$

(c) どちらでもない。Neither of (a) nor (b).

3.  $y \equiv (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow \neg r)$  を  $\neg$  と  $\vee$  と 括弧だけを用いて表せ。Express  $y$  using  $\neg$ ,  $\vee$  and parentheses only.

**Soln.** Apply  $u \Rightarrow v \equiv \neg u \vee v$  and  $u \wedge v \equiv \neg(\neg u \vee \neg v)$ .

$$y \equiv (\neg p \vee r) \wedge (\neg q \vee \neg r) \equiv \neg(\neg(\neg p \vee r) \vee \neg(\neg q \vee \neg r)),$$

or

$$y \equiv \neg z \equiv \neg((p \vee q) \wedge (p \vee r) \wedge (q \vee \neg r)) \equiv \neg(p \vee q) \vee \neg(p \vee r) \vee \neg(q \vee \neg r).$$

4. 上の真理表の一番右の列  $x$  を表す論理式になるように、下の 下線の部分に、 $\neg$ ,  $\wedge$ , または、 $\vee$  を入れよ。空欄となる箇所があるかも知れない。(Fill each underlined blank with  $\neg$ ,  $\wedge$  or  $\vee$  to express  $x$  in the truth table above. There may be voids.)

**Soln.**

Since

$$(p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge q \wedge r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r),$$

$$x \equiv (((\neg p) \underline{\wedge} q) \underline{\wedge} r) \vee (((\neg p) \underline{\wedge} (\neg q)) \underline{\wedge} (\neg r)) \underline{\vee} (((\underline{\quad} p) \underline{\wedge} (\underline{\quad} q)) \underline{\wedge} (\underline{\quad} r)).$$